

ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ АКЦИЙ ИНДЕКСА ДООУ ДЖОНСА

М.С. Кнutowa

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. О.Л. Крицкий

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,

Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30, 634050

E-mail: msk2708@yandex.ru

FORMATION OF A PORTFOLIO OF SHARES INCLUDED IN THE DOW JONES INDEX

M.S. Knutova

Scientific Supervisor: As. Prof., Ph.D. O.L. Kritski

Tomsk Polytechnic University, Russia, Tomsk, Lenin str., 30, 634050

E-mail: msk2708@yandex.ru

***Abstract.** In this paper we consider the need to optimize the investment portfolio. We give the concept of the securities portfolio and the Dow Jones index. We analyzed of financial instruments and their use when formation of the securities portfolio. The optimal ratio between risk, income and liquidity is determined. We implement classical Markowitz portfolio theory.*

На текущий момент в расчет индекса Доу Джонса включается стоимость простых акций 30 крупнейших предприятий США разных отраслей, взвешенных по капитализации.

Будем понимать под портфелем набор ценных бумаг, дающий инвестору удовлетворительные с его точки зрения количественно-качественные характеристики: доходность, ликвидность, надежность, реализуемость и приемлемый уровень риска [1]. Основной своей целью мы видим формирование такого портфеля ценных бумаг, чтобы его владелец мог сохранить и приумножить первоначальный капитал. При этом существует ряд результатов, к которым инвестор дополнительно стремится при формировании портфеля:

1. максимизация роста капитала;
2. максимизация роста дохода;
3. обеспечение безопасности;
4. обеспечение ликвидности.

На практике используют множество методов формирования оптимального портфеля ценных бумаг. Большинство из них основано на методе Марковица. Основная идея модели Марковица заключается в том, чтобы статистически рассматривать будущий доход, приносимый финансовым инструментом, как случайную переменную [2]. Для упрощения полагается, что доходы распределены нормально.

По модели Марковица определяются показатели, характеризующие объем инвестиций и риск, что позволяет сравнивать между собой различные альтернативы вложения капитала с точки зрения поставленных целей [3].

В качестве показателя ожидаемого дохода из ряда возможных доходов на практике используют наиболее вероятное значение, которое в случае нормального распределения совпадает с математическим ожиданием. Для измерения риска служат показатели рассеивания. Чем больше разброс величин возможных доходов, тем больше опасность, что ожидаемый доход не будет получен. Мерой рассеивания является среднеквадратическое отклонение [4].

Ожидаемая доходность портфеля представляет собой сумму доходностей каждого отдельного финансового инструмента:

$$X_{\pi} = \sum_{k=1}^n \alpha_k x_k \quad (1)$$

где α_k – доля k -го финансового инструмента в портфеле, x_k – доходность k -го финансового инструмента.

Пусть x_k – случайная величина с математическим ожиданием $E(x_k) = a_k$ и дисперсией $D(x_k) = \sigma_k^2$, $k=1, 2, \dots, n$.

Пусть $\text{cov}(x_k, x_j) = \sigma_{kj}$ – ковариация случайных величин x_k и x_j . Тогда общая дисперсия портфеля вычисляется следующим образом:

$$\sigma_{\pi}^2 = \text{var} \left(\sum_{k=1}^n \alpha_k x_k \right) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_k \alpha_j \rho_{kj} \sigma_k \sigma_j,$$

где $\rho_{kj} = \text{corr}(x_k, x_j)$.

При построении оптимального портфеля сумму всех долей ограничиваем единицей:

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k = 1.$$

Далее максимизируем среднее ожидаемое значение случайной величины стоимости портфеля X_{π} :

$$E(X_{\pi}) = \sum_{k=1}^n \alpha_k E(x_k) = \sum_{k=1}^n \alpha_k a_k \rightarrow \max$$

Для завершения модели ограничиваем уровень дисперсии σ_{π}^2 значением некоторой заданной дисперсии σ^2 :

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_k \alpha_j \rho_{kj} \sigma_k \sigma_j < \sigma^2.$$

Математическая модель Марковица представляется в виде:

$$\begin{aligned} E(X_{\pi}) &\rightarrow \max, \\ \sum_{k=1}^n \alpha_k &= 1, \\ \sigma_{\pi}^2 &< \sigma^2. \end{aligned}$$

В данной работе для составления инвестиционного портфеля были рассмотрены 30 компаний, входящие в индекс Доу Джонса. Для проведения расчетов выбраны котировки акций за 2017 год в дни повышения ставки ФРС. По полученным данным проведены следующие операции:

1. Для каждого периода определены доходности по формуле $r(t) = \left(\frac{P(t+1) - P(t)}{P(t)} \right)$;
2. Для полученных значений доходностей найдена годовая матрица ковариаций;
3. Вычислена общая доходность каждой акции;
4. Определена годовая волатильность для каждой акции по формуле $\sigma = \sqrt{\text{cov}(x; x)} \cdot 100\%$.

С помощью пакета поиска решения MS Excel вычислено распределение долей акций в портфеле при условиях: максимум доходности (Д), сумма долей в портфеле равна единице, волатильность (В) портфеля не больше 7% годовых.

Таблица 1

Распределение долей первой части акций

Тикер	JNJ	MRK	V	PFE	NKE	AXP	DIS	JPM	VZ	MSFT
Д, %	26,24	-8,06	36,95	15,83	21,18	28,14	-3,22	24,07	7,26	31,83
В, %	6,63	10,20	8,03	13,46	16,28	14,35	4,99	18,53	16,27	14,11
Доля	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Таблица 2

Распределение долей второй части акций

Тикер	INTC	KO	IBM	TRV	PG	GS	CVX	AAPL	CSCO	UNH
Д, %	17,37	10,96	-11,58	13,95	3,53	11,60	7,55	41,12	24,51	38,45
В, %	20,45	4,80	10,62	1,11	6,35	15,36	12,25	12,69	21,25	12,86
Доля	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,13	0,00	0,00

Таблица 3

Распределение долей третьей части акций

Тикер	GE	BA	MCD	XOM	HD	WMT	DWDP	MMM	CAT	UTX
Д, %	-41,46	77,33	41,93	-0,90	33,34	46,07	19,78	36,51	55,85	14,23
В, %	29,86	32,58	6,47	2,55	6,97	8,78	7,93	2,95	31,11	1,82
Доля	0,00	0,15	0,72	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Таким образом, в портфель вошли акции следующих компаний: Apple Inc, The Boeing Company, McDonald's Corporation. При данном распределении долей ожидаемый уровень доходности всего портфеля по формуле (1) равен 47%, ожидаемая волатильность портфеля по формуле $\sigma = \sqrt{A \cdot K \cdot A^T} \cdot 100\%$ равна 7%, где A - вектор долей в портфеле, K - матрица ковариаций ежедневных доходностей валют.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. ИНВЕСТИЦИИ: Пер. с англ. - М.: ИНФРА-М, 2001.-ХП, 1028 с.
2. Markowitz H., Blay K. (2014) Risk-Return Analysis: The Theory and Practice of Rational Investing vol.1. New York: McGraw Hill. – 208 p.
3. Moshenets M.K. and Kritski O.L. Automatic system of detecting informed trading activities in European-style options. Jorنال. of Eng. and App. Sci. – 2016. – V.11 (9). – P.5727-5731.
4. Крицкий О.Л., Бельснер О.А. Оптимизация портфеля финансовых инструментов // Финансы и кредит. 2013. № 36 (564). С. 35-40.